CONCOURS D'ADMISSION A L'E.S.M. DE SAINT-CYR EN 1980

CONCOURS SCIENCES

MATHEMATIQUES II

Durée : 4 heures

Lundi 5 mai 1980 de 8 heures à 12 heures

I

Dans l'espace rapporté au repère orthonorme $(O ; \vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k})$, on considère le point M de coordonnées

$$x = a \operatorname{ch} u \; ; \; y = a \operatorname{sh} u \; ; \; z = a u$$

a étant la mesure d'une longueur, ch et sh représentant respectivement les fonctions cosinus hyperbolique et sinus hyperbolique, et u étant un réel.

1) Lorsque u prend toutes les valeurs réelles, l'ensemble des points M est une courbe (C) ; on prend comme origine sur (C) le point A correspondant à la valeur 0 de u et comme sens positif celui des cotes croissantes ; calculer, en fonction de u, la mesure algébrique de l'arc AM de la courbe (C), les rayons de courbure et de torsion en M (u) de la courbe (C) et montrer que cette courbe est une hélice dont on déterminera l'axe.

2) La tangente en M à la courbe (C) rencontre le plan $(O ; \vec{i}\,\vec{j})$ en T ; soit (E) la courbe lieu de T quand u varie.

a) Montrer que la trace du plan osculateur en M à la courbe (C) coïncide avec la tangente en T à (E).

b) Construire sur une même figure la courbe (E) et la projection orthogonale sur le plan $(O ; \vec{i}\,\vec{j})$ de la courbe (C).

3) Soit (C_1) la projection orthogonale sur le plan $(O ; \vec{i}\,\vec{k})$ de la courbe (C) ; construire sur une même figure la courbe (C_1) et celle de ses développantes qui passe par le point A.

II

Un point m de l'espace est animé d'un mouvement tel qu'à la date t son vecteur vitesse est $y\,\vec{i} + x\,\vec{j} + a\,\vec{k}$, x, y et z étant les coordonnées de m à la date t dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et a la mesure d'une longueur ; à la date $t = 0$, le point m est en m_0 de coordonnées (x_0, y_0, z_0).

1) Déterminer le mouvement de m ; en désignant par (Γ_{m_0}) la trajectoire de m, montrer que pour un choix convenable de m_0, (Γ_{m_0}) coïncide avec la courbe (C) étudiée dans la première partie.

2) Lorsque m_0 décrit la droite d'équations $x = a$, $y = z$ les courbes (Γ_{m_0}) correspondantes engendrent une surface (S).

a) Donner une représentation paramétrique de (S).

b) Montrer que cette surface est réglée.

c) Soit (G) une génératrice rectiligne de (S) ; montrer que le plan tangent à (S) est le même en tous les points de (G).

d) Montrer que toutes les génératrices rectilignes de (S) sont tangentes à une courbe fixe que l'on déterminera.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail